

La teoria della relatività

di Stefano Marcellini (2005)

1. Che cosa non è la teoria della relatività:

- **Non è una sola teoria!**
 - 1) Teoria della relatività ristretta o speciale ($E=mc^2...$)
 - 2) Teoria della relatività generale (è una descrizione della gravitazione)
- **Non è solo una teoria!**

E' studiata e confermata da 100 anni di esperimenti
- **Non è una teoria filosofica!**
- **Non è un aspetto marginale della fisica!**

Riguarda anzi concetti e aspetti generali relativi a qualunque fenomeno fisico, ed è piuttosto il "primo capitolo" di ogni libro di fisica.
- **La teoria della relatività non dice che "tutto è relativo"!**

Anzi, dice esattamente il contrario...
- **Non è difficile da capire!**

Contrariamente a come viene in genere presentata al "grande pubblico", è forse l'unico aspetto della fisica moderna realmente semplice da capire nei suoi concetti fondamentali.

2. Il principio di relatività:

Le leggi della natura sono sempre le stesse in qualunque sistema di riferimento inerziale (cioè che si muove di moto rettilineo e uniforme)

Questa è la teoria della relatività: tutto il resto ($E=mc^2$, spazio-tempo, etc...) sono conseguenze di questo principio.



Questo ci assicura ad esempio che:

- Le apparecchiature di una sonda spaziale provate a terra funzionano anche in viaggio verso Saturno;
- Il motore della nostra auto provato su banco funziona anche in autostrada a 130 Km/h;
- Il sapore di un gelato è lo stesso sia in gelateria che su un treno, nave, etc...
- Il nostro corpo funziona indipendentemente dal fatto che ci muoviamo a 30 Km/s rispetto al sole, e 200 Km/s rispetto al centro della galassia, e x Km/s rispetto a y...

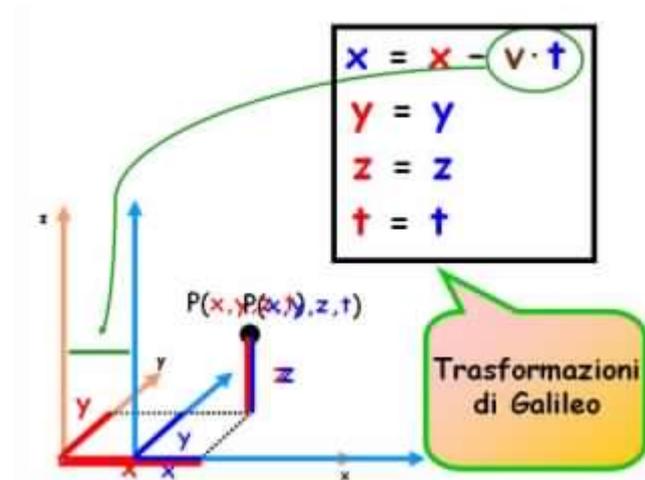
Una prima conseguenza del principio di relatività:

Non esiste nessun sistema di riferimento inerziale "privilegiato".

Non esiste il moto assoluto.

3. Una piccola parentesi matematica (facile, ma importante per capire tutto il resto)

Le trasformazioni di Galileo



Le **trasformazioni di Galileo** garantiscono dal punto di vista matematico che le leggi della fisica (ad esempio i tre principi della dinamica), non cambiano la loro formulazione matematica nel passare da un sistema di riferimento inerziale ad un altro; in pratica garantiscono che il principio di relatività vale anche dal punto di vista matematico.

Una conseguenza importante delle Trasformazioni di Galileo (e anche molto ovvia) è che **le velocità si sommano**

- Se mi trovo su una scala mobile che si muove con velocità v (5 Km/h) rispetto al pavimento...
- e se intanto cammino sulla scala mobile con velocità u (3 Km/h)...
- rispetto al pavimento mi muovo con velocità: $V = v + u$ (5 + 3 = 8 Km/h)

La legge di somma delle velocità vale in linea di principio per qualunque velocità: anche per la luce: correndo molto veloce dietro ad un raggio di luce dovremmo vedere la luce viaggiare più lentamente.

Elettromagnetismo e relatività

Tutto questo era già noto a Galileo Galilei, quasi 300 anni prima di Einstein. Però all'epoca di Galileo le uniche leggi fisiche conosciute erano quelle della **meccanica**. Alla fine dell'800 si scopre una nuova categoria di fenomeni prima sconosciuti: l'**elettricità**: correnti elettriche, campi magnetici e la luce sono fenomeni inquadabili nell'**elettromagnetismo**.

Domanda: **I fenomeni elettromagnetici rispettano il principio di relatività?** (Ovvero: Le leggi dell'elettromagnetismo sono sempre le stesse in qualunque sistema di riferimento inerziale?)

I fenomeni elettromagnetici sono sintetizzabili in quattro equazioni (le cosiddette **Equazioni di Maxwell**):

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned}$$

(c è la velocità di propagazione della luce)

Se una velocità dipende dal sistema di riferimento (quindi vale la legge di somma delle velocità), la velocità " c " che compare nelle leggi fondamentali dell'elettromagnetismo non può essere

costante in qualunque sistema di riferimento, quindi in questo caso **il principio di relatività non vale per i fenomeni elettromagnetici**.

Ma se questo fosse vero, allora dovrebbe essere possibile misurare variazioni della velocità della luce (se corriamo abbastanza veloci dietro la luce dovremmo vederla viaggiare più piano); gli esperimenti per evidenziare questo effetto (detti esperimenti di Michelson e Morley) hanno sempre dato risultati negativi, quindi la conseguenza è che:

I fenomeni elettromagnetici rispettano il Principio di Relatività.

4. Inizia il lavoro di Einstein



Puzzle (siamo nel 1905):

- Il principio di relatività vale per le leggi della meccanica
- Le trasformazioni di Galileo mettono in relazioni i sistemi di riferimento inerziali e implicano la legge (da tutti noi sperimentata) della somma delle velocità
- Le leggi dell'elettromagnetismo cambiano applicando loro le trasformazioni di Galileo (contengono esplicitamente una velocità, e le velocità cambiano a seconda di come si muove il sistema di riferimento)
- Quindi deve essere possibile misurare variazioni della velocità della luce con il moto del sistema di riferimento
- Ma gli esperimenti dicono che la velocità della luce non cambia con la velocità della sorgente. $c = \text{costante}$
- Quindi il principio di relatività deve valere anche per i fenomeni elettromagnetici

Qui inizia il lavoro di Einstein...

1. Gli **esperimenti** ci dicono che il **Principio di Relatività** vale sia per i fenomeni meccanici che per quelli elettromagnetici;
2. Gli **esperimenti** ci dicono anche che la **velocità della luce è costante** (e questo è quanto prevede anche il Principio di Relatività per i fenomeni elettromagnetici);

Questo è in netta contraddizione con le trasformazioni di Galileo (che prevedono che i fenomeni elettromagnetici violino il Principio di Relatività e che la velocità della luce non sia costante) quindi **sono sbagliate le trasformazioni di Galileo e la legge di somma delle velocità!**

Le trasformazioni fra sistemi di riferimento corrette, che garantiscono la validità del principio di Relatività per i fenomeni elettromagnetici e la invarianza della velocità della luce si chiamano **Trasformazioni di Lorentz**.

Trasformazioni di Lorentz

$$\begin{aligned}y &= y \\z &= z \\t &= \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\end{aligned}$$

Trasformazioni di Galileo

$$\begin{aligned}x &= x - v \cdot t \\y &= y \\z &= z \\t &= t\end{aligned}$$

Nelle trasformazioni di Lorentz le coordinate spaziali (x) e temporali (t) sono mescolate fra loro. Le misure di tempo dipendono dalle misure di spazio, e si parla di "**spazio-tempo**"; quando le

velocità in gioco sono piccole rispetto alla velocità della luce le trasformazioni di Lorentz e quelle di Galileo coincidono; siccome le trasformazioni di Galileo sono una approssimazione per "basse velocità", anche la legge di somma delle velocità è solo approssimata.

$$V = v + u \rightarrow V = \frac{v + u}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

Se $v = 300.000 \text{ Km/s}$ e $u = 300.000 \text{ Km/s}$, ne segue che
 $V = 300.000 \text{ Km/s}$

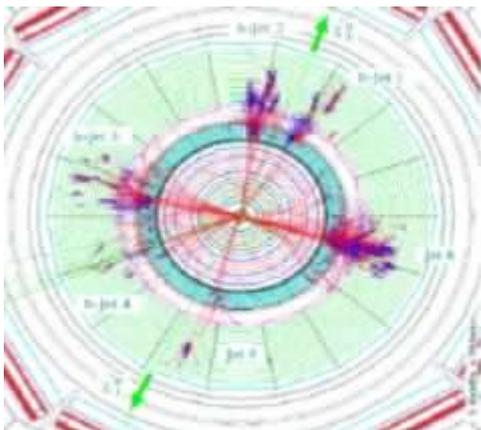
Niente può andare più veloce della luce

5. Conseguenze del lavoro di Einstein: spazio, tempo, massa e energia

Per rendere le leggi dell'elettromagnetismo compatibili con il principio di relatività, è necessario rivedere le nostre idee di **spazio** e **tempo**, che non sono più due entità separate, ma sono invece intimamente connesse fra loro.

Quindi la misura del tempo varia a seconda della velocità del sistema di riferimento. I fenomeni che avvengono in sistemi in movimento ci appaiono avvenire più lentamente. Gli effetti sono trascurabili per le velocità della "vita di tutti i giorni", ma diventano importanti quando le velocità in gioco sono prossime a quelle della luce, e sono stati misurati con grande precisione.

Le Leggi della Meccanica rispettano il principio di Relatività, dal punto di vista matematico, se sono valide le trasformazioni di Galileo. Ma le trasformazioni di Galileo sono solo una approssimazione valida per basse velocità, quindi anche le leggi della meccanica, così come sono formulate, sono valide solo per piccole velocità rispetto alla velocità della luce. La relatività di Einstein implica una **revisione delle leggi della meccanica** rispetto a quelle formulate da Newton, per renderle compatibili col Principio di Relatività.



Una conseguenza di questa revisione delle leggi della meccanica, per far sì che esse siano matematicamente compatibili con il principio di relatività, è una nuova definizione di quello che chiamiamo la **massa** e l'**energia** di un corpo.

Così come spazio e tempo sono due aspetti diversi della stessa cosa, allo stesso modo massa e energia di un corpo sono due aspetti diversi della stessa cosa, e sono pertanto intercambiabili

$$E = m c^2$$

L'energia E e la massa m di un corpo sono la stessa cosa, e in particolari condizioni è possibile convertire la massa della materia in energia, oppure l'energia in materia.

6. Conclusioni:

Se vi avessero chiesto: "dimmi in 10 secondi che cosa dice La teoria della Relatività, senza tralasciare niente" avreste probabilmente detto che era una cosa impossibile...

Teoria della Relatività

**Le leggi della natura
sono le stesse
in qualunque
sistema di riferimento
inerziale**